

2014年薬学部第2問

2 Oを原点とする xy 平面上に円 $C: x^2 + y^2 = r^2$ と放物線 $D: y = \frac{1}{2}x^2 - t$ がある. ただし r と t はそれぞれ正の実数の定数とする. 点 $(0, -55)$ から放物線 D に傾きが正の接線を引くとき, その接線の傾きは $3\sqrt{6}$ である. 放物線 D 上には x 座標がそれぞれ $-4\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$ である点 P , Q があり, 円 C はこの2点 P , Q を通る. このとき,

(1) $t =$ である.

(2) $r =$ である.

(3) 円 C と2線分 OP , OQ で囲まれる2つの扇形のうち, $\angle POQ$ が π より小さい方の面積は $\frac{\text{43} \text{ 44}}{\text{45}}\pi$ である.

(4) 円 C と放物線 D で囲まれた図形のうち,

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq r^2 \\ y \geq \frac{1}{2}x^2 - t \end{cases}$$

で表される図形の面積は $\sqrt{\text{49}}$ $-\frac{\text{50} \text{ 51}}{\text{52}}\pi$ である.