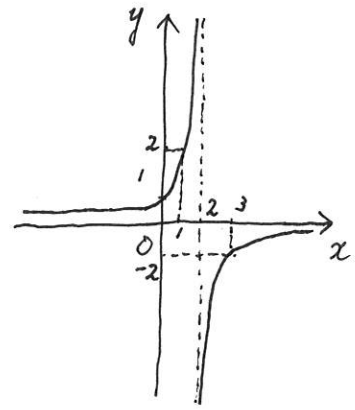


2014年学芸(情報科学)第4問

4 関数 $f(x) = \frac{2}{2-x}$ について、以下の問に答えよ。(1) $y = f(x)$ のグラフをかけ。(2) 定積分 $\int_0^1 f(x) dx$ を求めよ。(3) $0 \leq a \leq 1$ とし、点 $(a, f(a))$ における曲線 $y = f(x)$ の接線を $y = g(x)$ とする。定積分 $\int_0^1 g(x) dx$ の値 S を最大にする a の値と、そのときの S の値を求めよ。

(1) $f(x) = -\frac{2}{x-2}$

よって $y = -\frac{2}{x}$ のグラフを x 軸方向に
2 平行移動すればよいので
右のグラフになる



$$\begin{aligned} (2) \int_0^1 f(x) dx &= \int_0^1 -\frac{2}{x-2} dx \\ &= -2 [\log|x-2|]_0^1 \\ &= \underline{\underline{2 \log 2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) f'(x) &= \frac{2}{(x-2)^2} \quad \text{よって} \quad g(x) = \frac{2}{(a-2)^2} (x-a) + \frac{2}{2-a} \\ &= \frac{2}{(a-2)^2} x - \frac{4(a-1)}{(a-2)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore S &= \int_0^1 \frac{2}{(a-2)^2} x - \frac{4(a-1)}{(a-2)^2} dx \\ &= \left[x^2 - 4(a-1)x \right]_0^1 \times \frac{1}{(a-2)^2} \\ &= \frac{-4a+5}{(a-2)^2} \end{aligned}$$

a	0	...	$\frac{1}{2}$...	1
S'	+	+	0	-	-
S			$\nearrow \frac{4}{3}$	\searrow	

極大

 $\therefore a = \frac{1}{2}$ のとき S は

最大値 $\frac{4}{3}$ をとる

$$S' = \frac{-4(a-2)^2 - (-4a+5) \cdot 2(a-2)}{(a-2)^4} = \frac{2(2a-1)}{(a-2)^3}$$