

## 2016年 情報工学部 第1問

1 座標平面上の曲線  $C: y = \frac{1}{x}$  ( $x > 0$ ) と点  $P(s, t)$  ( $s > 0, t > 0, st < 1$ ) を考える. また,  $u = st$  とする. 点  $P$  を通る曲線  $C$  の 2 本の接線をそれぞれ  $l_1, l_2$  とし, これらの接線と曲線  $C$  との接点をそれぞれ  $A(a, \frac{1}{a}), B(b, \frac{1}{b})$  とする. ただし,  $a < b$  とする. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $a, b$  を  $s, t$  を用いて表せ.
- (2) 2点  $E(a, 0), F(b, 0)$  を考える. 台形  $ABFE$  の面積を  $u$  を用いて表せ.
- (3)  $\triangle PAB$  の面積を  $u$  を用いて表せ.
- (4) (3) で求めた  $\triangle PAB$  の面積を  $S(u)$  とする.  $S(u)$  は区間  $0 < u < 1$  で減少することを示せ.
- (5) 点  $P$  が 2点  $(3, 0), (0, 1)$  を結ぶ線分上の端点以外にあるものとする. このとき,  $\triangle PAB$  の面積が最小となる点  $P$  の座標を求めよ. また, そのときの面積を求めよ.