



2011年工学部第4問

4  $xy$  平面上に曲線  $y = \frac{1}{x}$  ( $x > 0$ ) がある。曲線  $C$  上の点  $P\left(t, \frac{1}{t}\right)$  における接線を  $l$  とし、原点  $O$  から  $l$  に下ろした垂線を  $OH$  とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 直線  $l$  の方程式は  $y = -\frac{1}{t^2}x + \frac{2}{t}$  であることを示せ。
- (2) 点  $H$  の座標は  $\left(\frac{2t}{1+t^4}, \frac{2t^3}{1+t^4}\right)$  であることを示せ。
- (3) 直線  $l$  と  $y$  軸のなす角を  $\theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) とし、線分  $OH$  の長さを  $d$  とする。
  - (i)  $t^2$ ,  $d^2$  を  $\theta$  の式で表せ。
  - (ii)  $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{d^2}{\theta}$  を求めよ。