

2018年都市教養（理系）第1問

1 以下の問いに答えなさい。

(1) $x = \tan \theta$ とおくことにより，定積分 $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$ の値を求めなさい。(2) k を 0 以上の整数とし， x を実数とする．次の不等式が成り立つことを示しなさい。

$$-x^{2k+2} \leq \frac{1}{1+x^2} - \sum_{n=1}^{k+1} (-x^2)^{n-1} \leq x^{2k+2}$$

(3) $\int_0^1 \sum_{n=1}^{k+1} (-x^2)^{n-1} dx = \sum_{n=1}^{k+1} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$ であることと，(1) および (2) を利用して，無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$ の和を求めなさい。