



2016年文系第4問

 数理
石井K

4 以下の問いに答えよ。ただし、(1)については、結論のみを書けばよい。

- (1) n を正の整数とし、 3^n を 10 で割った余りを a_n とする。 a_n を求めよ。
 (2) n を正の整数とし、 3^n を 4 で割った余りを b_n とする。 b_n を求めよ。
 (3) 数列 $\{x_n\}$ を次のように定める。

$$x_1 = 1, \quad x_{n+1} = 3^{x_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

 x_{10} を 10 で割った余りを求めよ。

$$(1) a_n = \begin{cases} 3 & (n=4k+1 \text{ のとき}) \\ 9 & (n=4k+2 \text{ のとき}) \\ 7 & (n=4k+3 \text{ のとき}) \\ 1 & (n=4k+4 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (k \text{ は } 0 \text{ 以上の整数})$$

$$(2) 3^{2m} = 9^m \text{ であるから, } 9 \equiv 1 \pmod{4} \text{ より}$$

$$3^{2m} \equiv 1 \pmod{4}$$

$$\text{よって, } 3^{2m+1} \equiv 3 \pmod{4}$$

$$\therefore b_n = \begin{cases} 1 & (n \text{ が偶数のとき}) \\ 3 & (n \text{ が奇数のとき}) \end{cases}$$

(3) $\{x_n\}$ の漸化式より、 x_n は奇数

\therefore (2) より、 x_2, x_3, \dots はすべて 4 で割ると 3 余る

\therefore (1) より、 x_3, x_4, \dots はすべて 10 で割ると、7 余る

$\therefore x_{10}$ を 10 で割った余りは、7 //