



2018年理系第5問

5 複素数平面上の原点を中心とする半径1の円を  $C$  とする. 点  $P(z)$  は  $C$  上にあり, 点  $A(1)$  とは異なるとする. 点  $P$  における円  $C$  の接線に関して, 点  $A$  と対称な点を  $Q(u)$  とする.  $w = \frac{1}{1-u}$  とおき,  $w$  と共役な複素数を  $\bar{w}$  で表す.

- (1)  $u$  と  $\frac{\bar{w}}{w}$  を  $z$  についての整式として表し, 絶対値の商  $\frac{|w + \bar{w} - 1|}{|w|}$  を求めよ.
- (2)  $C$  のうち実部が  $\frac{1}{2}$  以下の複素数で表される部分を  $C'$  とする. 点  $P(z)$  が  $C'$  上を動くときの点  $R(w)$  の軌跡を求めよ.