

2013年理工第5問

5 関数  $f(x) = e^{ax}$  ( $a > 0$ ) と次の条件 (ア), (イ) を満たす関数  $g(x)$  がある.

(ア)  $y = g(x)$  のグラフは半円

$$\begin{cases} (x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2 \\ y < q \end{cases}$$

である. ただし,  $p < 0$ ,  $q > 0$ ,  $r > |p|$  とする.

(イ)  $f(0) = g(0)$ ,  $f'(0) = g'(0)$ ,  $f''(0) = g''(0)$

次の問いに答えよ.

- (1)  $p$ ,  $q$ ,  $r$  を  $a$  を用いて表せ.
- (2)  $a$  がすべての正の実数を動くとき,  $r$  を最小にする  $a$  の値を求めよ.