

2013年 第1問

1  $a$  を実数とする. 行列

$$A = \begin{pmatrix} a & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

について, 次の問いに答えよ.

- (1)  $P^{-1}AP$  の (1, 2) 成分と (2, 1) 成分が等しくなるような  $a$  の値を求めよ.
- (2)  $a$  を (1) で求めた値とするとき, 自然数  $n$  に対して  $A^n$  を求めよ.
- (3)  $a$  を (1) で求めた値とするとき,  $A^n$  が表す 1 次変換によって,  $xy$  平面上の 2 点  $Q(1, -1)$  と  $R(0, 2)$  とが移る 2 点を通る直線を  $L_n$  とおく.  $L_n$  の  $y$  切片を  $y_n$  とするとき,  $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n$  を求めよ.