

2015年工・未来科学・理工・情報環境A第3問

3 曲線  $C: y = e^x$  上の点  $P(t, e^t)$  ( $t > 1$ ) における接線を  $l$  とおく.  $C$  と  $y$  軸の共有点を  $A$ ,  $l$  と  $x$  軸の交点を  $Q$  とおく. 原点を  $O$  とおき, 三角形  $AOQ$  の面積を  $S(t)$  とおく.  $Q$  を通り  $y$  軸に平行な直線,  $y$  軸,  $C$  および  $l$  で囲まれた図形の面積を  $T(t)$  とおく. このとき, 次の問に答えよ.

(1)  $l$  の方程式を求めよ.

(2)  $Q$  の座標を求め,  $S(t)$  を  $t$  で表せ.

(3)  $T(t)$  を  $t$  で表せ.

(4)  $\lim_{t \rightarrow 1+0} \frac{T(t)}{S(t)}$  を求めよ.