

2014年 歯学部 第3問

数理  
石井

3 さいころを2回続けて投げる。出た目の数の積を  $A$  とし、 $B = \sqrt{A}$  とおく。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $A$  が奇数となる確率  $p$  と  $B$  が整数となる確率  $q$  を求めよ。  
 (2)  $f(x) = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + (\sqrt{3} - 1) \cos x$  とおくと、 $f(x) = C \sin x + D \cos x$  となる定数  $C$  と  $D$  を求めよ。また、 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  における  $f(x)$  の最大値  $M$  と最小値  $m$  の値を求めよ。  
 (3)  $g(x) = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{5\pi}{4}\right) + (1 - \sqrt{3}) \cos x$  を  $f(x)$  を用いて表せ。また、 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  における  $g(x)$  の最大値  $N$  と最小値  $n$  の値を求めよ。  
 (4)  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  に対して  $T(x) = \sqrt{2} \sin\left(x + A\pi + \frac{\pi}{4}\right) + (-1)^A (\sqrt{3} - 1) \cos x$  とおく。  $T(x) > 0$  となる確率  $r$  を求めよ。

(1)  $P = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$  ,  $B$  が整数  $\Leftrightarrow A$  が平方数。

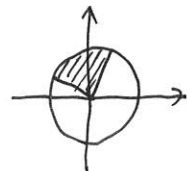
$A = 1$  とする確率は  $\frac{1}{36}$  ,  $A = 4$  は  $\frac{3}{36}$  ,  $A = 9$  は  $\frac{1}{36}$

$A = 16, 25, 36$  はそれぞれ  $\frac{1}{36}$   $\therefore q = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$  //

(2)  $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x \quad \therefore C = 1, D = \sqrt{3}$  //

$f(x) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \quad \frac{\pi}{3} \leq x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{5}{6}\pi$

$\therefore M = 2, m = 1$  //



(3)  $g(x) = \sqrt{2} \sin\left\{\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \pi\right\} - (\sqrt{3} - 1) \cos x$

$= -\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - (\sqrt{3} - 1) \cos x$

$= -f(x) \quad \therefore N = -1, n = -2$  //

(4)  $A$ : 奇数のとき  $T(x) = \sqrt{2} \sin\left\{\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + A\pi\right\} - (\sqrt{3} - 1) \cos x$

$= -\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - (\sqrt{3} - 1) \cos x$

$= -f(x)$

$A$ : 偶数のとき  $T(x) = f(x)$

(2), (3) より、 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  に対し、 $f(x) > 0, -f(x) < 0 \quad \therefore r = \frac{3}{4}$  //