0001738091628999

東京電機大学

2013年 工・未来科学・理工・情報環境 A 第1問

1枚目／2枚

数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の各問に答えよ．

(1) 関数 $y = 2\cos^2 x - \sin x - 1$ $(0 \leqq x \leqq 2\pi)$ の最大値と最小値を求めよ．

(2) 袋の中に赤玉3個，白玉4個，青玉5個が入っている．この袋から2個の玉を同時に取り出すとき，異なる色の玉を取り出す確率を求めよ．

(3) 数列 $\{a_n\}$ が，$a_1 = 1$，$a_{n+1} = a_n + 3$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ で定められるとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k a_{k+1}}$ を求めよ．

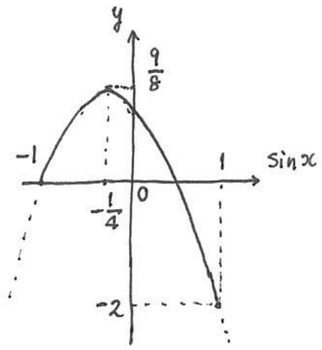
(4) 定積分 $\displaystyle\int_0^1 xe^{1-x}\,dx$ を求めよ．

(5) 関数 $f(x) = x^3 \log x$ の極値を求めよ．

(1) $y = 2(1-\sin^2 x) - \sin x - 1$

$= -2\sin^2 x - \sin x + 1$

$= -2\left(\sin x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{9}{8}$



∴ 右のグラフより．

最大値は，$\frac{9}{8}$，最小値は，-2 //

(2) 余事象より．$1 - \dfrac{{}_3C_2 + {}_4C_2 + {}_5C_2}{{}_{12}C_2} = 1 - \dfrac{3+6+10}{66}$

$= \dfrac{47}{66}$ //

(3) $a_{n+1} - a_n = 3$ より．$a_n = 3n-2$

$\therefore \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(3k-2)(3k+1)}$

$= \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3k-2} - \frac{1}{3k+1}\right)$

$= \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{3n+1}\right)$

$= \dfrac{n}{3n+1}$ //

2枚目につづく

東京電機大学

2013年 工・未来科学・理工・情報環境A 第1問　2枚目／2枚

数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の各問に答えよ．

(1) 関数 $y = 2\cos^2 x - \sin x - 1$ $(0 \leqq x \leqq 2\pi)$ の最大値と最小値を求めよ．

(2) 袋の中に赤玉3個，白玉4個，青玉5個が入っている．この袋から2個の玉を同時に取り出すとき，異なる色の玉を取り出す確率を求めよ．

(3) 数列 $\{a_n\}$ が，$a_1 = 1$，$a_{n+1} = a_n + 3$ $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ で定められるとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k a_{k+1}}$ を求めよ．

(4) 定積分 $\displaystyle\int_0^1 xe^{1-x}\,dx$ を求めよ．

(5) 関数 $f(x) = x^3 \log x$ の極値を求めよ．

(4)
$$\int_0^1 xe^{1-x}dx = \int_0^1 -x(e^{1-x})'dx$$
$$= \left[-xe^{1-x}\right]_0^1 - \int_0^1 -e^{1-x}dx$$
$$= -1 - \left[e^{1-x}\right]_0^1$$
$$= -1 - (1 - e)$$
$$= \underline{e - 2}$$ //

(5)
$$f'(x) = 3x^2 \log x + x^3 \cdot \frac{1}{x}$$
$$= 3x^2\left(\log x + \frac{1}{3}\right)$$

$\therefore$ $f'(x) = 0$ となるのは，$x = 0,\ e^{-\frac{1}{3}}$

真数条件より，$x > 0$ なので，$x = e^{-\frac{1}{3}}$

x	(0)	$\cdots$	$e^{-\frac{1}{3}}$	$\cdots$
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$		$\searrow$	$-\frac{1}{3e}$	$\nearrow$

$\therefore$ $\underline{極小値\ -\frac{1}{3e}\ \left(x = e^{-\frac{1}{3}} のとき\right)}$ //