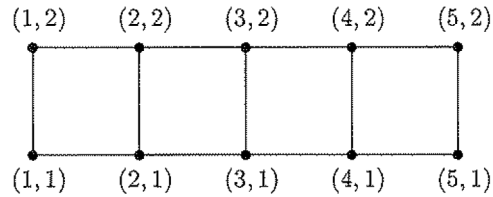


2017年 理工学部 第2問

2 自然数 n に対して、座標平面上の $2n$ 個の点

$(1, 1), (2, 1), \dots, (n, 1), (1, 2), (2, 2), \dots, (n, 2)$

の集合を L_n とし、それらを下図のように線分で結んだ図形を考える。(図は $n = 5$ の場合。)



そして L_n の 2 個の点 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 間の最短経路距離を $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$ で定義する。すなわち P_1 から P_2 へ図形の線分を通り到達するための最短距離のことである。このとき L_n の異なる 2 点の組み合わせにおける最短経路距離の平均値 a_n を求めたい。 L_n の異なる 2 点の組み合わせにおける最短経路距離の総和を d_n とするとき、次の問に答えよ。

- (1) d_1, a_1, d_2, a_2 を求めよ。
- (2) L_n に 2 点 $(n+1, 1), (n+1, 2)$ を付け加えると L_{n+1} になることに着目して $d_{n+1} - d_n$ を n で表せ。
- (3) d_n と a_n をそれぞれ n で表せ。