

2013年 第4問

4 $x \geq 0$ において連続関数 $f(x)$ が不等式

$$f(x) \leq a + \int_0^x 2tf(t) dt$$

をみたしているとする. $g(x) = ae^{x^2}$ とするとき, 下の問いに答えよ. ただし, a は0以上の定数である.

(1) 等式 $g(x) = a + \int_0^x 2tg(t) dt$ を示せ.

(2) $h(x) = e^{-x^2} \int_0^x 2tf(t) dt$ とするとき, $x > 0$ において不等式 $h'(x) \leq 2axe^{-x^2}$ が成り立つことを示せ.

(3) $x \geq 0$ において不等式 $f(x) \leq g(x)$ が成り立つことを示せ.