

2014年工学部第1問

1 以下の問いに答えよ.

- (1) $r \neq 1$ のとき $S_n = r + 2r^2 + 3r^3 + \dots + nr^n$ を求めよ.
(2) $x > 0$ に対して

$$f_n(x) = e^{-x} + 2e^{-2x} + 3e^{-3x} + \dots + ne^{-nx}$$

とおく. 極限 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$ を求めよ. ただし $\lim_{t \rightarrow \infty} te^{-t} = 0$ であることを用いてもよい.

- (3) (2) で得られた関数 $f(x)$ について, 不定積分 $\int f(x) dx$ を求めよ.
(4) (2) で得られた関数 $f(x)$ について, 定積分 $\int_{\log 2}^{\log 3} xf(x) dx$ を求めよ.