

2017年工学部・情報工学部 第4問

4 数1と数2の並びを考える. たとえば, 1, 2, 1の順の並びを(1, 2, 1)で表す. 和が自然数 n となるような数1と数2の並びの集合を S_n と表し, S_n の要素の個数を a_n とする. たとえば, $n=3$ のとき, $3=2+1=1+2=1+1+1$ となるので, $S_3 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1, 1)\}$, $a_3 = 3$ となる. 次に答えよ.

- (1) a_4 および a_5 を求めよ.
- (2) a_{n+2} を a_{n+1} と a_n で表せ.
- (3) $\sum_{i=1}^n a_i = a_{n+2} - 2$ となることを示せ.
- (4) S_{n+3} から並びを一つ選ぶとき, その並びの1番目の数が1となる確率を a_{n+1} と a_{n+2} を用いて表せ.
- (5) S_{n+3} から並びを一つ選ぶとき, その並びの2番目の数が2となる確率を a_{n+1} と a_{n+2} を用いて表せ.
- (6) S_{n+4} から並びを一つ選ぶ. 選んだ並びの2番目の数が2であるとき, その並びの1番目の数が1である確率を a_{n+1} と a_{n+2} を用いて表せ.