

2012年 第4問


 数理解石井K

4 次の問いに答えよ。

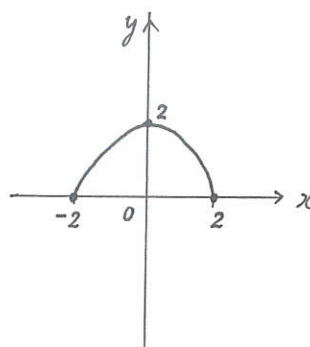
(1) 関数 $y = \sqrt{4-x^2}$ のグラフの概形を描け。

(2) 次の定積分を求めよ。

$$\int_{-1}^1 \sqrt{4-x^2} dx$$

$$(1) y = \sqrt{4-x^2} \iff x^2 + y^2 = 4 \text{ かつ } y \geq 0$$

よって、右図のようになる。

(2) 定積分は右図の斜線部分 (扇形 + 直角三角形 $\times 2$)

の面積を表すから

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 \sqrt{4-x^2} dx &= \pi \cdot 2^2 \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \sqrt{3} \times 2 \\ &= \frac{2}{3} \pi + \sqrt{3} \end{aligned}$$

