

2014年医学部第2問

2 関数  $f(x) = \frac{3\sqrt{3}}{\sin x} - \frac{1}{\cos x}$  ( $0 < |x| < \frac{\pi}{2}$ ) を考える。以下の問いに答えよ。

- (1)  $y = f(x)$  の増減表を作成し、極値を求めよ。  
(2)  $f(x)$  の第2次導関数  $f''(x)$  は、3次式  $P(t) = t(2t^2 - 1)$  を用いて、

$$f''(x) = 3\sqrt{3}P\left(\frac{1}{\sin x}\right) - P\left(\frac{1}{\cos x}\right)$$

と表されることを示せ。また、 $0 < x_1 < x_2 < \frac{\pi}{2}$  のとき  $f''(x_1) > f''(x_2)$  となることを示せ。

- (3)  $k$  を定数とするとき、方程式  $f(x) = k$  の異なる実数解は何個あるか。  $k$  の値によって分類せよ。  
(4)  $y = f(x)$  の変曲点はただ1つ存在することを示せ。また、この変曲点が第何象限にあるか、調べよ。