

2018年第4問

4 自然数 k に対し,

$$I_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\frac{1}{n}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2(k\theta)}{\sin \theta} d\theta \quad (n \text{ は自然数})$$

とおく. このとき, 下の問いに答えよ.

- (1) I_1, I_2 の値を求めよ.
- (2) $I_{k+1} - I_k$ を k で表せ.
- (3) $I_k = \sum_{m=1}^k \frac{1}{2m-1}$ が成り立つことを証明せよ.