

2018年第4問

4 自然数  $k$  に対し,

$$I_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\frac{1}{n}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2(k\theta)}{\sin \theta} d\theta \quad (n \text{ は自然数})$$

とおく. このとき, 下の問いに答えよ.

- (1)  $I_1, I_2$  の値を求めよ.
- (2)  $I_{k+1} - I_k$  を  $k$  で表せ.
- (3)  $I_k = \sum_{m=1}^k \frac{1}{2m-1}$  が成り立つことを証明せよ.