



2014年学芸(数学)第2問

2 次の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ が、すべての x に対して $f''(x) \leq 0$ を満たすとする。このとき、

$$(*) \quad x_1 < x_2 < x_3 \text{ に対して } \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \geq \frac{f(x_3) - f(x_2)}{x_3 - x_2}$$

が成立することを示せ。

(2) 関数 $f(x)$ が (*) を満たすとする。このとき、 $a < b$ を満たす実数 a, b と $0 < t < 1$ を満たす t に対して、

$$f((1-t)a + tb) \geq (1-t)f(a) + tf(b)$$

が成立することを示せ。