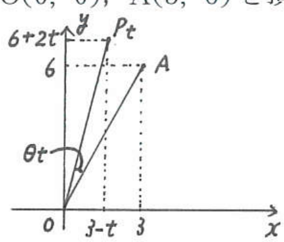
東京医科大学

2016年 医学部 第1問

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ．

(1) 任意の正の数 t に対して，座標平面上の3点 $P_t(3-t,\ 6+2t)$，$O(0,\ 0)$，$A(3,\ 6)$ を頂点とする三角形 P_tOA を考える．$\angle P_tOA = \theta_t$ とすれば，



$$\lim_{t\to\infty} \cos\theta_t = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$ 3 5

である．

(2) a を正の定数とする．x についての2次方程式 $x^2+ax+4a=0$ の1つの解が他の解の4倍であるとき，

$a = \boxed{\text{ウエ}}$

25

である．

(1) $\cos\theta_t = \dfrac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP_t}}{|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OP_t}|}$

$= \dfrac{3(3-t)+6(6+2t)}{3\sqrt{5}\cdot\sqrt{(3-t)^2+(6+2t)^2}}$

$= \dfrac{3t+15}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5t^2+18t+45}}$

$\therefore \lim_{t\to\infty} \cos\theta_t = \lim_{t\to\infty} \dfrac{3+\frac{15}{t}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5+\frac{18}{t}+\frac{45}{t^2}}} = \underline{\dfrac{3}{5}}$ //

(2) 2次方程式の解を α，4α とおくと

解と係数の関係より，

$\alpha+4\alpha=-a$，　$\alpha\cdot 4\alpha = 4a$

$\therefore 5\alpha = -a$，　$\alpha^2 = a$

αを消去して，$\left(-\frac{1}{5}a\right)^2 = a$

$a>0$より，$\underline{a=25}$ //