

2014年第3問

3 四面体 $OABC$ は、 $OA = BC$, $OB = AC$, $OC = AB$ を満たしているとし、 $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$ とおく。三角形 ABC と三角形 OAC の重心をそれぞれ G , H とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) \vec{OG} , \vec{BH} をそれぞれ \vec{OA} , \vec{OB} , \vec{OC} を用いて表せ。
- (2) 内積 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ を a , b , c を用いて表せ。
- (3) $OG \perp BH$ であるとき、 $a^2 + c^2 = 3b^2$ が成り立つことを示せ。