



2015年理系第6問

6 公比が正の等比数列がある。初項と第2項の和が $\frac{16}{7}$ であり、初項から第6項までの和が19であるとき、この等比数列の初項は であり、公比は である。

 $\frac{32}{35}$ $\frac{3}{2}$

公比を $r (> 0)$ 、初項を a とおくと、

$$a_n = ar^{n-1} \text{ と表せるので、}$$

$$a_1 + a_2 = a + ar = \frac{16}{7} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_6 = a + ar + \dots + ar^5 = 19 \quad \dots \textcircled{2}$$

②より、

$$(a + ar) + r^2(a + ar) + r^4(a + ar) = 19$$

①を代入して、

$$\frac{16}{7}(1 + r^2 + r^4) = 19$$

$$\therefore r^4 + r^2 + 1 = \frac{133}{16}$$

$$(r^2 + \frac{1}{2})^2 = \frac{121}{16}$$

$$r^2 + \frac{1}{2} > 0 \text{ より、} r^2 + \frac{1}{2} = \frac{11}{4}$$

$$\therefore r^2 = \frac{9}{4}$$

$$r > 0 \text{ より、} \underline{r = \frac{3}{2}} \text{ "}$$

$$\text{このとき } \textcircled{1} \text{ より、} \underline{a = \frac{32}{35}} \text{ "}$$