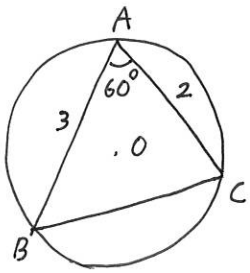
自治医科大学

2014年 第12問

数理 石井K

12 辺ABの長さが3，辺ACの長さが2，∠BAC＝60°である△ABCについて考える．△ABCの外接円の中心をOとする．△ABCの面積をS_1，△OABの面積をS_2としたとき，$\frac{S_1}{S_2}$の値を求めよ．



$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 \cdot \sin 60°$

$= \frac{3}{2}\sqrt{3}$

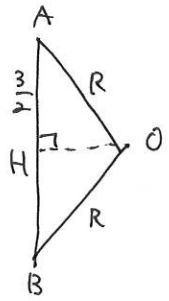
余弦定理より $BC^2 = 9 + 4 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}$

$= 7$

$\therefore BC = \sqrt{7}$

正弦定理より． $\frac{\sqrt{7}}{\sin 60°} = 2R$ $\therefore R = \sqrt{\frac{7}{3}}$

∴右図のOHは



$OH^2 = R^2 - \frac{9}{4}$

$= \frac{7}{3} - \frac{9}{4}$

$= \frac{1}{12}$

$\therefore OH = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ $\therefore S_2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{3}{2}\sqrt{3}}{\frac{1}{4}\sqrt{3}} = 6$ //