0002098811097999

秋田大学

2015年 国際資源学部 第3問　　1枚目／2枚　　数理 石井K

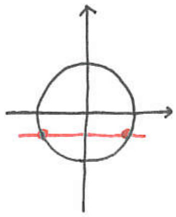
$\boxed{3}$ $f(x)=|1+2\sin 2x|$ とする．次の問いに答えよ．

(1) $0 \leqq x \leqq \pi$ のとき，方程式 $f(x)=0$ を解け．

(2) $0 \leqq x \leqq \pi$ における関数 $y=f(x)$ のグラフの概形をかけ．

(3) $\displaystyle\int_0^{\pi} f(x)\,dx$ を求めよ．

(4) $\displaystyle\int_{\frac{11}{12}\pi}^{x} f(t)\,dt = 3\pi + 18\sqrt{3}$ となる x の値を求めよ．



(1) $1+2\sin 2x = 0$ より．$\sin 2x = -\dfrac{1}{2}$

ここで，$0 \leqq 2x \leqq 2\pi$ より．$2x = \dfrac{7}{6}\pi,\ \dfrac{11}{6}\pi$

$\therefore\ \underline{x = \dfrac{7}{12}\pi,\ \dfrac{11}{12}\pi}$ //

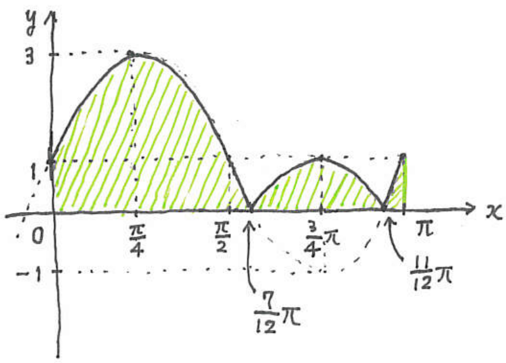
(2) (1)より．$0 \leqq x \leqq \dfrac{7}{12}\pi$ においては．$1+2\sin 2x \geqq 0$

$\dfrac{7}{12}\pi \leqq x \leqq \dfrac{11}{12}\pi$ においては．$1+2\sin 2x \leqq 0$

$\dfrac{11}{12}\pi \leqq x \leqq \pi$ においては．$1+2\sin 2x \geqq 0$

$$\therefore\ f(x) = \begin{cases} 1+2\sin 2x & \left(0 \leqq x \leqq \dfrac{7}{12}\pi,\ \dfrac{11}{12}\pi \leqq x \leqq \pi\right) \\ -1-2\sin 2x & \left(\dfrac{7}{12}\pi \leqq x \leqq \dfrac{11}{12}\pi\right) \end{cases}$$

$\therefore$ 右のグラフになる．



(3) 右のグラフより．

$$\int_0^{\pi} f(x)\,dx = \int_0^{\frac{7}{12}\pi} 1+2\sin 2x\,dx + \int_{\frac{7}{12}\pi}^{\frac{11}{12}\pi} -1-2\sin 2x\,dx + \int_{\frac{11}{12}\pi}^{\pi} 1+2\sin 2x\,dx$$

$$= \Big[x-\cos 2x\Big]_0^{\frac{7}{12}\pi} - \Big[x-\cos 2x\Big]_{\frac{7}{12}\pi}^{\frac{11}{12}\pi} + \Big[x-\cos 2x\Big]_{\frac{11}{12}\pi}^{\pi}$$

$$= \frac{7}{12}\pi + \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 - \left(\frac{11}{12}\pi - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{7}{12}\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \pi - 1 - \frac{11}{12}\pi + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \underline{\frac{\pi}{3} + 2\sqrt{3}}\ //$$

2枚目につづく

0002098811097999

秋田大学

2015年 国際資源学部 第3問　　2枚目／2枚

数理 石井K

$\boxed{3}$ $f(x) = |1 + 2\sin 2x|$ とする．次の問いに答えよ．

(1) $0 \leqq x \leqq \pi$ のとき，方程式 $f(x) = 0$ を解け．

(2) $0 \leqq x \leqq \pi$ における関数 $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ．

(3) $\displaystyle\int_0^{\pi} f(x)\,dx$ を求めよ．

(4) $\displaystyle\int_{\frac{11}{12}\pi}^{x} f(t)\,dt = 3\pi + 18\sqrt{3}$ となる x の値を求めよ．

(4) $3\pi + 18\sqrt{3} = 9\left(\underbrace{\frac{\pi}{3} + 2\sqrt{3}}_{(3)の答え}\right)$

$\therefore\ x = 9\pi + \frac{11}{12}\pi$

$= \frac{119}{12}\pi$

また，$g(x) = \displaystyle\int_{\frac{11}{12}\pi}^{x} f(t)\,dt$ とおくと．

$g'(x) = f(x) \geqq 0$ より．

$g(x)$ は単調増加なので 解は高々1個である

以上より．$\underline{x = \frac{119}{12}\pi}$ //

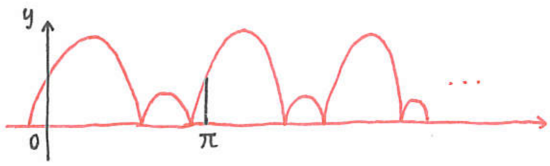
ポイント

$y = \sin 2x$ の周期は π なので

$y = f(x)$ の周期も π となる．

$y = f(x)$ のグラフは．大きい山と小さい山が

交互につづくグラフとなる．



この大＋小の山1セットの面積が

(3)で求めた $\frac{\pi}{3} + 2\sqrt{3}$

その9倍ということは …