

2014年薬学部第3問

3 次の問いに答えなさい。

辺 AB の長さが 1 の $\triangle OAB$ について、 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$ で表す。 n を自然数とする。 辺 AB の中点を M とし、線分 AM の中点を X_1 、線分 AX_1 の中点を X_2 、 \dots 、線分 AX_n の中点を X_{n+1} 、 \dots とする。 また、 $\triangle OAX_1$ の重心を P_1 、 $\triangle OAX_2$ の重心を P_2 、 \dots 、 $\triangle OAX_n$ の重心を P_n 、 \dots とする。 同様に線分 BM の中点を Y_1 、線分 BY_1 の中点を Y_2 、 \dots 、線分 BY_n の中点を Y_{n+1} 、 \dots とし、 $\triangle OBY_1$ の重心を Q_1 、 $\triangle OBY_2$ の重心を Q_2 、 \dots 、 $\triangle OBY_n$ の重心を Q_n 、 \dots とする。

- (1) \vec{OX}_1 と $\vec{P_1Q_1}$ を \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表すと、 $\vec{OX}_1 = \boxed{\text{I}}$ 、 $\vec{P_1Q_1} = \boxed{\text{J}}$ である。
- (2) 線分 AX_n の長さを n を用いて表すと、 $AX_n = \boxed{\text{K}}$ である。
- (3) $\vec{P_nQ_n}$ は n 、 \vec{a} 、 \vec{b} を用いてどのように表されるかを求めなさい。
- (4) 線分 P_nQ_n の長さに関する不等式

$$0.666666 < P_nQ_n$$

を満たす最小の自然数 n は $\boxed{\text{L}}$ である。ただし、 $\log_2 10 = 3.3219$ とする。