

2017年第2問

2 下図のような立方体を考える。この立方体の8つの頂点の上を点Pが次の規則で移動する。時刻0では点Pは頂点Aにいる。時刻が1増えるごとに点Pは、今いる頂点と辺で結ばれている頂点に等確率で移動する。例えば時刻nで点Pが頂点Hにいるとするとき、時刻n+1では、それぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で頂点D, E, Gのいずれかにいる。自然数 $n \geq 1$ に対して、(i)点Pが時刻nまでの間一度も頂点Aに戻らず、かつ時刻nで頂点B, D, Eのいずれかにいる確率を $p_n$ 、(ii)点Pが時刻nまでの間一度も頂点Aに戻らず、かつ時刻nで頂点C, F, Hのいずれかにいる確率を $q_n$ 、(iii)点Pが時刻nまでの間一度も頂点Aに戻らず、かつ時刻nで頂点Gにいる確率を $r_n$ 、とする。このとき、次の間に答えよ。

- (1)  $p_2, q_2, r_2$  と  $p_3, q_3, r_3$  を求めよ。
- (2)  $n \geq 2$  のとき、 $p_n, q_n, r_n$  を求めよ。
- (3) 自然数 $m \geq 1$  に対して、点Pが時刻 $2m$ で頂点Aに初めて戻る確率 $s_m$  を求めよ。

