

2014年工(A)第2問

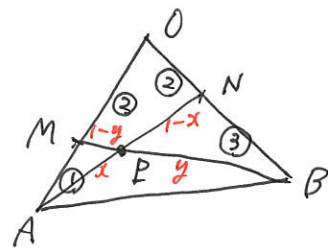
2 $\triangle OAB$ において、辺 OA を $2:1$ に内分する点を M 、辺 OB を $2:3$ に内分する点を N とし、線分 AN と線分 BM の交点を P とする。 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$ 、 $\vec{AP} = x\vec{AN}$ 、 $\vec{BP} = y\vec{BM}$ (x, y は実数) とおくと、次の問いに答えよ。

(1) \vec{OP} を x, \vec{a}, \vec{b} を用いて表すと、 $\vec{OP} = (1 - \boxed{\text{コ}} x) \vec{a} + \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} x \vec{b}$ である。

(2) \vec{OP} を y, \vec{a}, \vec{b} を用いて表すと、 $\vec{OP} = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} y \vec{a} + (1 - \boxed{\text{ソ}} y) \vec{b}$ である。

(3) x, y の値はそれぞれ $x = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ 、 $y = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{トナ}}}$ である。

(4) $\triangle OPN$ の面積は $\triangle OAB$ の面積の $\frac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネノ}}}$ 倍である。



$$\begin{aligned} (1) \vec{OP} &= (1-x) \vec{a} + x \vec{ON} \\ &= (1-x) \vec{a} + \frac{2}{5} x \vec{b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \vec{OP} &= y \vec{OM} + (1-y) \vec{b} \\ &= \frac{2}{3} y \vec{a} + (1-y) \vec{b} \end{aligned}$$

(3) \vec{a} と \vec{b} は一次独立より、

$$\begin{cases} 1-x = \frac{2}{3} y \\ \frac{2}{5} x = 1-y \end{cases}$$

$$\therefore x = \frac{5}{11}, y = \frac{9}{11}$$

$$y - 3x = 2y$$

$$\frac{4}{5} x = 2 - 2y$$

$$y - \frac{11}{5} x = 2$$

$$\therefore \frac{11}{5} x = 1$$

$$(4) \triangle OPN = \triangle OAB \times \frac{2}{5} \times (1-x)$$

$$= \triangle OAB \times \frac{12}{55}$$