0000448541559999

大阪府立大学

2012年第4問

数理 石井K

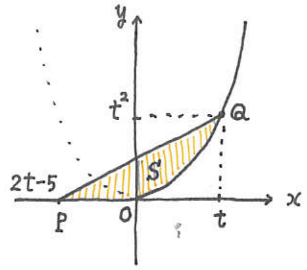
$\boxed{4}$ 実数 $t\left(0 \leqq t \leqq \dfrac{5}{2}\right)$ に対し，座標平面上の点 P$(2t-5,\ 0)$ と Q$(t,\ t^2)$ を考える．

(1) 放物線 $y=x^2$ の $0 \leqq x \leqq t$ の部分と線分 OP および線分 PQ で囲まれた部分の面積を求めよ．ただし，O は原点を表す．

(2) t が $0 \leqq t \leqq \dfrac{5}{2}$ の範囲を動くとき，(1) で求めた面積の最大値を求めよ．

(1) $0 \leqq t \leqq \frac{5}{2}$ より，$-5 \leqq 2t-5 \leqq 0$

∴ 右のグラフになる．求める面積を $S(t)$ とおくと，



S =  − 

$$S(t)=\frac{1}{2}\{t-(2t-5)\}\cdot t^2-\int_0^t x^2\,dx$$

$$=\frac{1}{2}t^2(5-t)-\frac{1}{3}t^3$$

$$=\underline{-\frac{5}{6}t^3+\frac{5}{2}t^2}\ /\!/$$

(2) $S'(t)=-\dfrac{5}{2}t^2+5t$

$$=-\frac{5}{2}t(t-2)$$

t	0	…	2	…	$\frac{5}{2}$
$S'(t)$	0	+	0	−	
$S(t)$	0	↗	$\frac{10}{3}$	↘	

∴ $S'(t)=0$ となるのは，$t=0,\ 2$

∴ 右の増減表より 最大値 $S(2)=-\dfrac{5}{6}\cdot 2^3+\dfrac{5}{2}\cdot 2^2=\underline{\dfrac{10}{3}}\ /\!/$