東京工業大学

2011 年 理系 第 1 問

1 n を自然数とする．xy 平面上で行列 $\begin{pmatrix} 1-n & 1 \\ -n(n+1) & n+2 \end{pmatrix}$ の表す 1 次変換 (移動ともいう) を f_n とする．以下の問に答えよ．

(1) 原点 O(0, 0) を通る直線で，その直線上のすべての点が f_n により同じ直線上に移されるものが 2 本あることを示し，この 2 直線の方程式を求めよ．

(2) (1) で得られた 2 直線と曲線 $y = x^2$ によって囲まれる図形の面積 S_n を求めよ．

(3) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{S_n - \frac{1}{6}}$ を求めよ．