

2014年海洋工第5問

5  $k = 0, 1, 2, \dots$  に対して,  $I_k = \int_0^{\log 2} (e^x - 1)^k dx$  とおく.

- (1)  $0 \leq x \leq \log 2$  のとき,  $0 \leq e^x - 1 \leq \frac{x}{\log 2}$  が成り立つことを示せ. ただし,  $e > 2$  であることを用いてよい.
- (2)  $I_k + I_{k+1}$  を  $k$  を用いて表せ.
- (3)  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + (-1)^n \frac{1}{n+1} = I_0 + (-1)^n I_{n+1}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) が成り立つことを示せ.
- (4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{1}{k+1}$  を求めよ.