0002303906967999

電気通信大学

2016年第1問　　1枚目/2枚　　数理 石井K

$\boxed{1}$ 関数

$$f(x) = 2\sin x + \sqrt{6}\sin 2x$$

について，以下の問いに答えよ．

(1) 導関数 $f'(x)$ および不定積分 $\int f(x)\,dx$ を求めよ．ただし，積分定数は省略してもよい．

(2) 区間 $0 < x < \pi$ において $f(x) = 0$ となる x の値を α とする．このとき，$\cos\alpha$ と $\cos 2\alpha$ の値を求めよ．

(3) 区間 $0 < x < \pi$ において $f'(x) = 0$ となる x の値を β, γ $(\beta < \gamma)$ とする．このとき，$\cos\beta$ と $\cos\gamma$ の値を求めよ．

(4) 区間 $0 \leqq x \leqq \pi$ における $f(x)$ の最大値を求めよ．

(5) 曲線 $y = f(x)$ $(0 \leqq x \leqq \pi)$ と x 軸で囲まれた2つの部分の面積の和 S を求めよ．

(1) $\underline{f'(x) = 2\cos x + 2\sqrt{6}\cos 2x}$ //

$\underline{\int f(x)\,dx = -2\cos x - \frac{\sqrt{6}}{2}\cos 2x}$ // ← 積分定数は省略した

(2) $2\sin x + \sqrt{6}\sin 2x = 0 \iff 2\sin x + 2\sqrt{6}\sin x\cos x = 0$

$\iff 2\sin x(1 + \sqrt{6}\cos x) = 0$

$0 < x < \pi$ より，$\sin x > 0$ であるから，$\cos x = -\frac{1}{\sqrt{6}}$

$\therefore \underline{\cos\alpha = -\frac{\sqrt{6}}{6}}$ //　$\underline{\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = -\frac{2}{3}}$ //

(3) (1)より，$2(\cos x + \sqrt{6}\cos 2x) = 0$

$\therefore \cos x + \sqrt{6}(2\cos^2 x - 1) = 0$

$\therefore 2\sqrt{6}\cos^2 x + \cos x - \sqrt{6} = 0$

$\therefore \cos x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4\cdot 2\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}}}{4\sqrt{6}} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{4\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{4}, -\frac{\sqrt{6}}{3}$

$0 < x < \pi$ において，$\beta < \gamma$ より，$\cos\beta > \cos\gamma$　$\therefore \underline{\cos\beta = \frac{\sqrt{6}}{4},\ \cos\gamma = -\frac{\sqrt{6}}{3}}$ //

(4) (3)より，$f(x)$ の増減表は右のようになる．

$\cos\beta = \frac{\sqrt{6}}{4}$ より，$\sin\beta = \frac{\sqrt{10}}{4}$　$\therefore \sin 2\beta = 2\cdot\frac{\sqrt{6}}{4}\cdot\frac{\sqrt{10}}{4} = \frac{\sqrt{15}}{4}$

$\therefore f(\beta) = 2\cdot\frac{\sqrt{10}}{4} + \sqrt{6}\cdot\frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{5}{4}\sqrt{10}$ (>0)

よって最大値は $\underline{f(\beta) = \frac{5}{4}\sqrt{10}}$ //

x	0	…	β	…	γ	…	π
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	0	↗		↘		↗	0

2枚目へつづく

電気通信大学

2016 年 第 1 問　　2枚目／2枚

数理 石井K

1 関数

$$f(x) = 2\sin x + \sqrt{6}\sin 2x$$

について，以下の問いに答えよ．

(1) 導関数 $f'(x)$ および不定積分 $\int f(x)\,dx$ を求めよ．ただし，積分定数は省略してもよい．

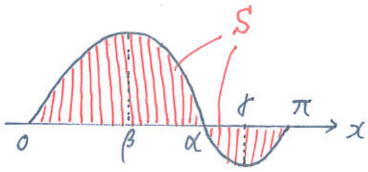
(2) 区間 $0 < x < \pi$ において $f(x) = 0$ となる x の値を α とする．このとき，$\cos\alpha$ と $\cos 2\alpha$ の値を求めよ．

(3) 区間 $0 < x < \pi$ において $f'(x) = 0$ となる x の値を β, γ $(\beta < \gamma)$ とする．このとき，$\cos\beta$ と $\cos\gamma$ の値を求めよ．

(4) 区間 $0 \leqq x \leqq \pi$ における $f(x)$ の最大値を求めよ．

(5) 曲線 $y = f(x)$ $(0 \leqq x \leqq \pi)$ と x 軸で囲まれた 2 つの部分の面積の和 S を求めよ．

(5) $S = \int_0^{\alpha} f(x)\,dx + \int_{\alpha}^{\pi} -f(x)\,dx$



$= \left[-2\cos x - \frac{\sqrt{6}}{2}\cos 2x\right]_0^{\alpha} + \left[2\cos x + \frac{\sqrt{6}}{2}\cos 2x\right]_{\alpha}^{\pi}$

$= -2\cos\alpha - \frac{\sqrt{6}}{2}\cos 2\alpha - \left(-2 - \frac{\sqrt{6}}{2}\right) - 2 + \frac{\sqrt{6}}{2} - \left(2\cos\alpha + \frac{\sqrt{6}}{2}\cos 2\alpha\right)$

$= -4\cos\alpha - \sqrt{6}\cos 2\alpha + \sqrt{6}$

$= -4\cdot\left(-\frac{\sqrt{6}}{6}\right) - \sqrt{6}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right) + \sqrt{6}$

$= \frac{2\sqrt{6}}{3} + \frac{2\sqrt{6}}{3} + \sqrt{6}$

$= \underline{\frac{7\sqrt{6}}{3}}$ //