

2011年歯・薬学部(中期)第1問

1 次の積分

$$\int_{-1}^1 x^2(x^3 + ax + b)^2 dx$$

を最小にする a の値は $\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ で、 b の値は $\boxed{\text{エ}}$ である。

$$(\text{与式}) = \int_{-1}^1 x^2(x^6 + a^2x^2 + b^2 + 2ax^4 + 2bx^3 + 2abx) dx$$

$$= \int_{-1}^1 x^8 + 2ax^6 + 2bx^5 + a^2x^4 + 2abx^3 + b^2x^2 dx$$

$$= \left[\frac{x^9}{9} + \frac{2a}{7}x^7 + \frac{b}{3}x^6 + \frac{a^2}{5}x^5 + \frac{ab}{2}x^4 + \frac{b^2}{3}x^3 \right]_{-1}^1$$

$$= \frac{1}{9} + \frac{2a}{7} + \frac{b}{3} + \frac{a^2}{5} + \frac{ab}{2} + \frac{b^2}{3} - \left(-\frac{1}{9} - \frac{2a}{7} + \frac{b}{3} - \frac{a^2}{5} + \frac{ab}{2} - \frac{b^2}{3} \right)$$

$$= \frac{2}{9} + \frac{4a}{7} + \frac{2a^2}{5} + \frac{2b^2}{3}$$

$$= \frac{2}{5} \left(a^2 + \frac{10}{7}a \right) + \frac{2}{3}b^2 + \frac{2}{9}$$

$$= \frac{2}{5} \left(a + \frac{5}{7} \right)^2 - \frac{10}{49} + \frac{2}{3}b^2 + \frac{2}{9}$$

$$= \frac{2}{5} \left(a + \frac{5}{7} \right)^2 + \frac{2}{3}b^2 + \frac{8}{45}$$

∴ 最小となるのは、 $a = -\frac{5}{7}$, $b = 0$ のとき //

(研究)

偶関数・奇関数の性質を
使えば、もう少し簡単に
計算できる。