

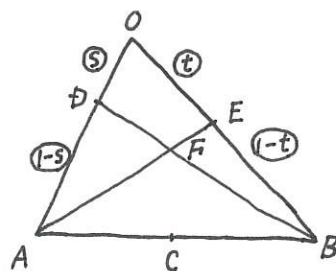


2014年法・経済（経済政策）第2問

数理
石井K

2 平面上に三角形 OAB があり、 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$ とする。このとき、次の間に答えよ。

- (1) 線分 AB の中点を C とする。 \vec{OC} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。
 (2) 線分 OA を $s : (1-s)$, 線分 OB を $t : (1-t)$ に内分した点をそれぞれ D, E とする。 \vec{DB} , \vec{EA} を s, t, \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。ただし、 $0 < s < 1$, $0 < t < 1$ とする。
 (3) 線分 DB と線分 EA の交点を F とする。 $s = \frac{1}{3}$, $t = \frac{2}{3}$ のとき、 \vec{OF} を \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。
 (4) (3) で用いた s, t の値に対し、線分 OF の中点を H, 線分 DE を $k : (1-k)$ に内分した点を G とするとき、H, G, C が一直線上にあるときの k の値を求めよ。



$$(1) \quad \vec{OC} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} \quad "$$

$$(2) \quad \vec{DB} = \vec{OB} - \vec{OD} = -s\vec{a} + \vec{b} \quad "$$

$$\vec{EA} = \vec{OA} - \vec{OE} = \vec{a} - t\vec{b} \quad "$$

$$(3) \quad \vec{DF} = k\vec{DB} \text{ と表せるので (2) より } \vec{DF} = -\frac{1}{3}k\vec{a} + k\vec{b} \quad \therefore \vec{OF} = \vec{DF} + \vec{OD} \text{ より}$$

$$\vec{OF} = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3}k\right)\vec{a} + k\vec{b} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\vec{EF} = l\vec{EA} \text{ と表せるので (2) より } \vec{EF} = l\vec{a} - \frac{2}{3}l\vec{b} \quad \therefore \vec{OF} = \vec{EF} + \vec{OE} \text{ より}$$

$$\vec{OF} = l\vec{a} + \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{3}l\right)\vec{b} \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ と } \vec{a} \times \vec{b} \text{ より } \frac{1}{3} - \frac{1}{3}k = l, \quad k = \frac{2}{3} - \frac{2}{3}l \quad \therefore k = \frac{4}{7}$$

$$\therefore \vec{OF} = \frac{1}{7}\vec{a} + \frac{4}{7}\vec{b} \quad "$$

$$(4) \quad \vec{OH} = \frac{1}{2}\vec{OF} = \frac{1}{14}\vec{a} + \frac{2}{7}\vec{b}, \quad \vec{OG} = (1-k)\vec{OD} + k\vec{OE} = \frac{1}{3}(1-k)\vec{a} + \frac{2}{3}k\vec{b}$$

$$\therefore \vec{CH} = \vec{OH} - \vec{OC} = -\frac{3}{7}\vec{a} - \frac{3}{14}\vec{b}, \quad \vec{CG} = \left(-\frac{1}{6} - \frac{1}{3}k\right)\vec{a} + \left(\frac{2}{3}k - \frac{1}{2}\right)\vec{b}$$

$\therefore H, G, C$ が一直線上にあるとき、 $\vec{CG} = m\vec{CH}$ と仮定する。

$$\therefore -\frac{1}{6} - \frac{1}{3}k = -\frac{3}{7}m \quad \dots \textcircled{3} \quad \frac{2}{3}k - \frac{1}{2} = -\frac{3}{14}m \quad \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{ を解いて } k = \frac{1}{2} \quad "$$