



2014年理系第4問

4 半径1の2つの球 S_1 と S_2 が1点で接している. 互いに重なる部分のない等しい半径を持つ n 個 ($n \geq 3$) の球 T_1, T_2, \dots, T_n があり, 次の条件 (ア), (イ) を満たす.

(ア) T_i は S_1, S_2 にそれぞれ1点で接している ($i = 1, 2, \dots, n$).

(イ) T_i は T_{i+1} に1点で接しており ($i = 1, 2, \dots, n-1$), そして T_n は T_1 に1点で接している.

このとき, 以下の問いに答えよ.

(1) T_1, T_2, \dots, T_n の共通の半径 r_n を求めよ.

(2) S_1 と S_2 の中心を結ぶ直線のまわりに T_1 を回転してできる回転体の体積を V_n とし, T_1, T_2, \dots, T_n の体積の和を W_n とするとき, 極限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{W_n}{V_n}$$

を求めよ.