2011 年 海洋科学 第 3 問

$\boxed{3}$ 三角形 OAB において，次を証明せよ．

(1) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OB}}+t\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ の長さが等しくなるような ± 1 以外の実数 t が存在することは $\mathrm{OA}=\mathrm{OB}$ であるための必要十分条件である．

(2) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OB}}+t\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ が垂直になるような $t<-1$ である実数 t が存在することは $\angle\mathrm{AOB}<90^\circ$ であるための必要十分条件である．