

2014年 海洋工 第3問

3 座標平面上の曲線 $C: y = x^3 - x$ を考える. C 上の点 $(-a, -a^3 + a)$ と $(a, a^3 - a)$ ($a > 0$) における C の接線をそれぞれ l_1, l_2 とする. また, l_1 と C との $(-a, -a^3 + a)$ 以外の共有点を P_1 , l_2 と C との $(a, a^3 - a)$ 以外の共有点を P_2 とする. さらに, P_2 を通り y 軸に平行な直線と l_1 の交点を Q_1 , P_1 を通り y 軸に平行な直線と l_2 の交点を Q_2 とする.

(1) P_1, P_2, Q_1, Q_2 の座標を求めよ.

(2) 2点 P_1, P_2 を通る直線と C で囲まれる2つの図形の面積の和を S_1 , 四角形 $P_1Q_1P_2Q_2$ の面積を S_2 とする.

$\frac{S_1}{S_2}$ を求めよ. ただし, $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + D$ (D は積分定数) を用いてよい.