

2016年海洋工第1問

1 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を以下で定める.

$$a_1 = 2, \quad b_1 = 1$$

$$\begin{cases} a_{n+1} = 2a_n + 3b_n \\ b_{n+1} = a_n + 2b_n \end{cases} (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

(1) $n = 1, 2, 3, \dots$

$$a_n + \sqrt{3}b_n = (2 + \sqrt{3})^n$$

 $a_n - \sqrt{3}b_n = (2 - \sqrt{3})^n$

が成り立つことを示せ.

- (2) $\frac{b_n}{a_n}$ を n を用いて表せ.
- (3) 数列 {e_n} を

$$e_n = \frac{\sqrt{3}b_n}{a_n} - 1$$
 $(n = 1, 2, 3, \cdots)$

で定めるとき, $n \ge 3$ ならば

$$|e_n| < 0.001$$

であることを示せ. ただし, $0.071 < \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} < 0.072$ を用いてもよい.