

2016年 海洋科学 第3問

 数理
石井K

 3 $\log_{10} 2 = 0.301$, $\log_{10} 3 = 0.477$, $\log_{10} 5 = 0.699$, $\log_{10} 7 = 0.845$ とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) $2016^n > 10^{100}$ となる最小の自然数 n を求めよ。
 (2) $\sum_{k=0}^n 225^k > 10^{100}$ となる最小の自然数 n を求めよ。

(1) 両辺対数をとって

$$n \log_{10} 2016 > 100$$

$$\text{ここで } 2016 = 2^5 \times 3^2 \times 7 \text{ より。}$$

$$n (5 \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 3 + \log_{10} 7) > 100$$

$$\text{よって } n > \frac{100}{5 \times 0.301 + 2 \times 0.477 + 0.845}$$

$$= \frac{100}{3.304}$$

$$= 30.26 \dots$$

 $\therefore n$ は自然数より。 $n = 31$

$$(2) \sum_{k=0}^n 225^k = \frac{1 - 225^{n+1}}{1 - 225} = \frac{225^{n+1} - 1}{224}$$

$$\therefore 225^{n+1} - 1 > 224 \times 10^{100}$$

左辺の1の位は4、右辺の1の位は0より

$$225^{n+1} > 224 \times 10^{100} \text{ をみたす } n \text{ を求めればよい}$$

$$(n+1) \log_{10} 3^2 \times 5^2 > 100 + \log_{10} 2^5 \times 7$$

$$\therefore (n+1) \cdot (2 \log_{10} 3 + 2 \log_{10} 5) > 100 + 5 \log_{10} 2 + \log_{10} 7$$

$$2.352 (n+1) > 102.35$$

$$\therefore n+1 > 43.51$$

$$\therefore n = 43$$