

2011年海洋工第1問

1 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ に対し, $A^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$, $p_n = \frac{a_n}{c_n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおく.

- (1) 数学的帰納法を用いて, $a_n = d_n$ および $b_n = c_n$ が成り立つことを示せ.
- (2) p_{n+1} を p_n を用いて表せ.
- (3) $q_n = \frac{1}{p_n - 1}$ とおくと, q_{n+1} を q_n を用いて表せ.
- (4) 数列 $\{p_n\}$ の一般項を求めよ.