

2014年 海洋工 第3問

3 座標平面上の曲線  $C: y = x^3 - x$  を考える.  $C$  上の点  $(-a, -a^3 + a)$  と  $(a, a^3 - a)$  ( $a > 0$ ) における  $C$  の接線をそれぞれ  $l_1, l_2$  とする. また,  $l_1$  と  $C$  との  $(-a, -a^3 + a)$  以外の共有点を  $P_1$ ,  $l_2$  と  $C$  との  $(a, a^3 - a)$  以外の共有点を  $P_2$  とする. さらに,  $P_2$  を通り  $y$  軸に平行な直線と  $l_1$  の交点を  $Q_1$ ,  $P_1$  を通り  $y$  軸に平行な直線と  $l_2$  の交点を  $Q_2$  とする.

(1)  $P_1, P_2, Q_1, Q_2$  の座標を求めよ.

(2) 2点  $P_1, P_2$  を通る直線と  $C$  で囲まれる2つの図形の面積の和を  $S_1$ , 四角形  $P_1Q_1P_2Q_2$  の面積を  $S_2$  とする.

$\frac{S_1}{S_2}$  を求めよ. ただし,  $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + D$  ( $D$  は積分定数) を用いてよい.