2012年 基幹理工・創造理工・先進理工 第2問

2 初項を $a_0 \geqq 0$ とし、以下の漸化式で定まる数列 $\{a_n\}_{n=0,1,\cdots}$ を考える．

$$a_{n+1} = a_n - \left[\sqrt{a_n}\right] \qquad (n \geqq 0)$$

ただし，$[x]$ は x を超えない最大の整数を表す．つぎの問に答えよ．

(1) $a_0 = 24$ とする．このとき，$a_n = 0$ となる最小の n を求めよ．

(2) m を2以上の整数とし，$a_0 = m^2$ とする．このとき，$1 \leqq j \leqq m$ をみたす j に対して a_{2j-1}，a_{2j} を j と m で表せ．

(3) m を2以上の整数，p を $1 \leqq p \leqq m-1$ をみたす整数とし，$a_0 = m^2 - p$ とする．このとき $a_k = (m-p)^2$ となる k を求めよ．さらに，$a_n = 0$ となる最小の n を求めよ．