

2017年第2問

2 下図のような立方体を考える．この立方体の8つの頂点の上を点Pが次の規則で移動する．時刻0では点Pは頂点Aにいる．時刻が1増えるごとに点Pは，今いる頂点と辺で結ばれている頂点に等確率で移動する．例えば時刻 $n$ で点Pが頂点Hにいるとすると，時刻 $n+1$ では，それぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で頂点D, E, Gのいずれかにいる．自然数 $n \geq 1$ に対して，(i)点Pが時刻 $n$ までの間一度も頂点Aに戻らず，かつ時刻 $n$ で頂点B, D, Eのいずれかにいる確率を $p_n$ ，(ii)点Pが時刻 $n$ までの間一度も頂点Aに戻らず，かつ時刻 $n$ で頂点C, F, Hのいずれかにいる確率を $q_n$ ，(iii)点Pが時刻 $n$ までの間一度も頂点Aに戻らず，かつ時刻 $n$ で頂点Gにいる確率を $r_n$ ，とする．このとき，次の問に答えよ．

- (1)  $p_2, q_2, r_2$ と $p_3, q_3, r_3$ を求めよ．
- (2)  $n \geq 2$ のとき， $p_n, q_n, r_n$ を求めよ．
- (3) 自然数 $m \geq 1$ に対して，点Pが時刻 $2m$ で頂点Aに初めて戻る確率 $s_m$ を求めよ．

