東京経済大学

2016年 全学部 第2問

$\boxed{2}$ 長さ3の線分ABを直径とする半円周上を点Pが動いている．$\angle PAB = 15^\circ$ のとき，

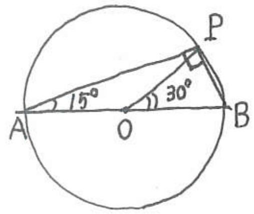
$$BP = \frac{\boxed{キ}\left(\sqrt{\boxed{ク}} - \sqrt{\boxed{ケ}}\right)}{\boxed{コ}}$$

キ：3　ク：6　ケ：2　コ：4

である．また，$\angle PAB = \theta$ とおくとき，$\sqrt{3}AP + BP$ の値が最大となるのは，$\theta = \dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}\pi$ のときで，最大値は $\boxed{ス}$ である．

サ：1　シ：6　ス：6

正弦定理より



$$\frac{BP}{\sin 15^\circ} = 2 \cdot \frac{3}{2}$$

$$\therefore BP = 3\sin 15^\circ$$

ここで，$\sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\therefore \underline{BP = \frac{3(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{4}} \,/\!/$$

$AP = 3\sin(90^\circ - \theta) = 3\cos\theta$，$BP = 3\sin\theta$ より

$$\sqrt{3}AP + BP = 3\sqrt{3}\cos\theta + 3\sin\theta$$

$$= 6\left(\sin\theta \cdot \frac{1}{2} + \cos\theta \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= 6\sin(\theta + 60^\circ)$$

$0^\circ < \theta < 90^\circ$ より　$\underline{\theta = \frac{1}{6}\pi \text{ のとき 最大値 } 6} \,/\!/$