0002165814387999

東京経済大学

2015年 全学部 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ 曲線 $y=-x^2+kx+1$ と $y=x^3$ は点Pで接し，かつ点Pにおける接線が一致する．このとき，点Pの座標は $(-\boxed{\text{ソ}},\ -\boxed{\text{タ}})$，$k=\boxed{\text{チ}}$ であり，その接線の方程式は $y=\boxed{\text{ツ}}x+\boxed{\text{テ}}$ である．

ソ: 1　タ: 1　チ: 1　ツ: 3　テ: 2

$f(x)=-x^2+kx+1$，$g(x)=x^3$，点Pの x 座標を p とすると，

$$\begin{cases} f(p)=g(p) & \cdots ① \\ f'(p)=g'(p) & \cdots ② \end{cases}$$

が成り立つ

$f'(x)=-2x+k$，$g'(x)=3x^2$ なので

②より．$-2p+k=3p^2$ $\cdots ③$

①より，$-p^2+kp+1=p^3$ $\cdots ④$

③，④より k を消去して，$-p^2+p(3p^2+2p)+1=p^3$

$\therefore\ 2p^3+p^2+1=0$

$\therefore\ (p+1)(2p^2-p+1)=0$

$$(p+1)\Big\{\underbrace{2\left(p-\tfrac{1}{4}\right)^2+\tfrac{7}{8}}_{>0}\Big\}=0$$

$$\begin{array}{r}
2p^2-p+1 \\
p+1\ \overline{)\ 2p^3+p^2+1} \\
\underline{2p^3+2p^2} \\
-p^2+1 \\
\underline{-p^2-p} \\
p+1 \\
\underline{p+1} \\
0
\end{array}$$

$\therefore\ p=-1$　　$\therefore\ \underline{P(-1,-1)}$ //

このとき③より．$\underline{k=1}$ //

接線は．$y=3\cdot(-1)^2\cdot(x+1)-1$

$\therefore\ \underline{y=3x+2}$ //