

2011年 第4問

4 平面内に三角形  $ABC$  がある. その平面上で, 1 点  $O$  を定めておく. 次の問いに答えよ.

(1) 三角形  $ABC$  の内部に点  $P$  があるとする. このとき, 3 つの三角形  $PBC$ ,  $PCA$ ,  $PAB$  の面積の比が  $x : y : z$  であるならば, 点  $P$  の位置ベクトル  $\vec{OP}$  は次のように表されることを示せ.

$$\vec{OP} = \frac{x\vec{OA} + y\vec{OB} + z\vec{OC}}{x + y + z}$$

(2) 三角形  $ABC$  の 3 辺の長さを  $a = BC$ ,  $b = CA$ ,  $c = AB$  とする. このとき三角形  $ABC$  の内心  $I$  について, その位置ベクトル  $\vec{OI}$  を,  $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$ ,  $\vec{OC}$  と  $a$ ,  $b$ ,  $c$  を用いて表せ.

(3) 三角形  $ABC$  が鋭角三角形であるとき, その外心  $Q$  の位置ベクトル  $\vec{OQ}$  を,  $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$ ,  $\vec{OC}$  と  $\alpha = \angle CAB$ ,  $\beta = \angle ABC$  を用いて表せ.