



2014 年 理系 第3問

3  $u$  を実数とする．座標平面上の2つの放物線

$$C_1: y = -x^2 + 1$$

$$C_2: y = (x - u)^2 + u$$

を考える． $C_1$  と  $C_2$  が共有点をもつような  $u$  の値の範囲は，ある実数  $a, b$  により， $a \leq u \leq b$  と表される．

(1)  $a, b$  の値を求めよ．

(2)  $u$  が  $a \leq u \leq b$  をみたすとき， $C_1$  と  $C_2$  の共有点を  $P_1(x_1, y_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2)$  とする．ただし，共有点が1点のみのときは， $P_1$  と  $P_2$  は一致し，ともにその共有点を表すとする．

$$2|x_1y_2 - x_2y_1|$$

を  $u$  の式で表せ．

(3) (2) で得られる  $u$  の式を  $f(u)$  とする．定積分

$$I = \int_a^b f(u) du$$

を求めよ．