

2017年第2問

2 s を正の実数とし、 x の2次方程式 $x^2 + 6x + s + 9 = 0$ の2つの解を α 、 β とする。ここで、 $0 \leq \arg \alpha < \arg \beta < 2\pi$ とする。複素数平面上の3点 $O(0)$ 、 $A(\alpha)$ 、 $B(\beta)$ に対し、 $\angle OAB = \frac{\pi}{3}$ であるとする。3点 A 、 B 、 $C(-2 + i)$ を通る円を F とし、円 F の中心を $P(\gamma)$ とする。ただし、 i は虚数単位とする。次の問いに答えよ。

- (1) s の値を求めよ。
- (2) γ の値を求めよ。
- (3) t を正の実数とする。 $|z - \gamma| = |z - ti|$ を満たす点 z 全体のなす図形が円 F とただ1つの共有点をもつとき、 t の値を求めよ。
- (4) t を(3)で求めた値とし、点 $Q(ti)$ をとる。また、 $R(\delta)$ を円 F 上の点とする。 $\angle QPR = \frac{2}{3}\pi$ となるような δ の値をすべて求めよ。