

2018年 第2問

2 次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}$ がある.

$$a_1 = 7, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + \frac{1}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

また, 次の条件によって定まる関数 $f_n(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) がある.

$$f_1(x) = a_1x,$$

$$f_{n+1}(x) = a_{n+1}x + \frac{1}{2} \int_0^1 f_n(t) dt \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.
- (2) 次の式で表される数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ.

$$b_n = 2^n \int_0^1 f_n(t) dt \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (3) $f_n(x) = 0$ を満たす x を n の式で表せ.